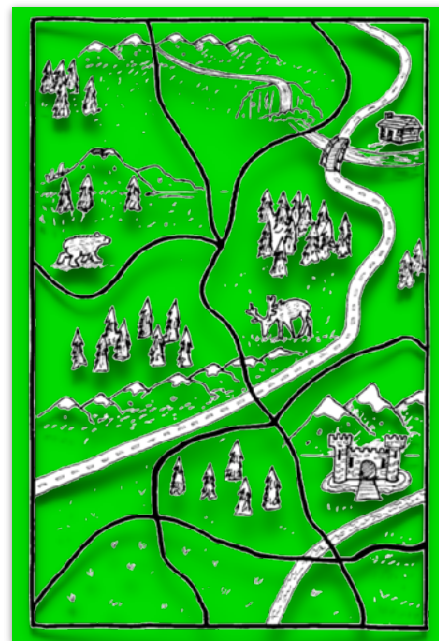


# Chapitre 4 - Section 1

## Le peintre sans le sou

1



### Coloration de graphes

Souvent, les problèmes d'optimisation sont liés à des situations dans lesquelles certains événements ne peuvent être simultanés, ou dans lesquelles certains éléments d'un ensemble d'objets ne peuvent être adjacents. Quiconque a déjà essayé d'établir un emploi du temps scolaire ou de fixer une date de réunion, par exemple, sait combien il est difficile de répondre aux contraintes de toutes les personnes impliquées. Bon nombre de ces difficultés s'apparentent au problème du coloriage des cartes, où deux pays limitrophes ne doivent jamais être de la même couleur.

### Liens pédagogiques

- Mathématiques : logique booléenne

### Compétences

- Résolution de problèmes
- Raisonnement logique
- Procédures algorithmiques et complexité
- Communication des idées


### Âge

- 7 ans et plus

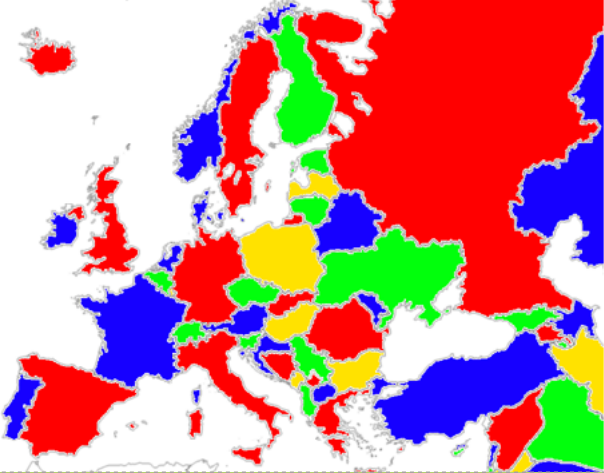
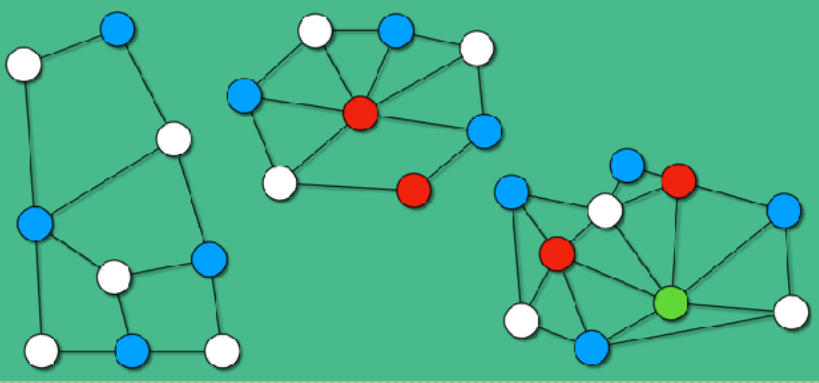
### Matériel

- Un tableau
- Pour chaque élève :
  - Une copie d'une ou plusieurs cartes à colorier
  - De petits éléments mobiles de couleur (jetons ou autres)
  - Quatre crayons ou feutres de couleurs différentes

## Chapitre 4 - Section 1

Étape	Instruction	Réponse
1	<p>Sortez vos crayons de couleurs ou vos feutres, nous allons faire du coloriage.</p> <p>Combien de couleurs faut-il au minimum pour colorier cette carte sans que deux pays avec une frontières commune n'aient la même couleur ? (Estimation)</p>	
2	<p>Commencez par plus simple (Carte A, puis B, puis C) et vérifiez avec votre voisin.</p>	<p>A :</p> <p>B :</p> <p>C :</p>
3	<p>Histoire et explication du théorème</p>	
4	<p><i>Graphons</i></p> <p>Après avoir vu le graphe pour la carte A, représente la carte C sous forme de graphe. Essaie de la colorier.</p> <p>Est-ce plus facile ?</p>	
5	<p>Démontre que sur la carte D de 4 cases, il faut absolument 4 couleurs différentes</p>	
6	<p>Il existe de nombreuses applications de la coloration de graphe dans la vie courante, notamment tout ce qui est lié à des contraintes. Peux-tu donner des exemples ?</p>	

## Correction – Chapitre 4 – Section 1

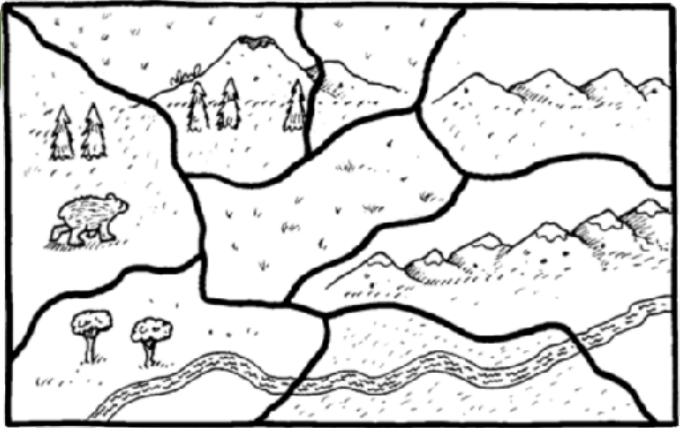
Étape	Instruction	Réponse
1	Sortez vos crayons de couleurs ou vos feutres, nous allons faire du coloriage. Combien de couleurs faut-il au minimum pour colorier cette carte sans que deux pays avec une frontières commune n'aient la même couleur ? (Estimation)	
2	Commencez par plus simple (Carte A, puis B, puis C) et vérifiez avec votre voisin.	<p>A : 2 couleurs                      B : 3 couleurs                      C : 4 couleurs</p>
3	Histoire et explication du théorème	<p>Problématique posée en 1852                      Premières démonstrations : 1879, mais elles étaient fausses                      Première démonstration correcte : 1976. Avec l'aide d'ordinateur.                      Elle n'a été acceptée par l'ensemble des mathématiciens qu'au cours des années 80 (peu comprenaient l'informatique nécessaire pour la démonstration).                      Première démonstration complète par ordinateur : 2005                      Il a donc fallu 150 ans pour démontrer la solution à un problème qui se pose pourtant en des termes simples (du coloriage !)</p>
4	<i>Graphons</i> Après avoir vu le graphe pour la carte A, représente la carte C sous forme de graphe. Essaie de la colorier. Est-ce plus facile ?	
5	Démontre que sur la carte D de 4 cases, il faut absolument 4 couleurs différentes	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. On donne une couleur à A au hasard</li> <li>2. On doit donner une couleur différente à B</li> <li>3. C doit être d'une 3e couleur puisque différente de la A ET de B</li> <li>4. D doit forcément être une 4e couleur puisque différente de celle de A, de B et de C qui sont 3 couleurs différentes</li> </ol>
6	Il existe de nombreuses applications de la coloration de graphe dans la vie courante, notamment tout ce qui est lié à des contraintes. Peux-tu donner des exemples ?	<p>Les emplois du temps dans les collèges et les lycées, les Sudoku, la cohabitation de personnes ou d'animaux en fonction de leurs incompatibilités, l'implantation d'antennes télécom utilisant différentes fréquences, etc.</p>



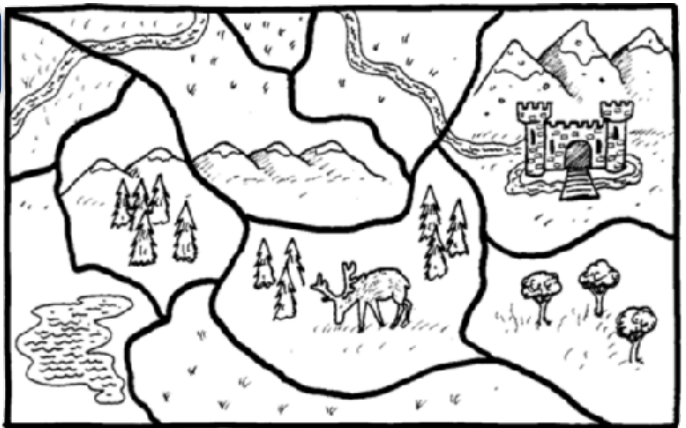
A



B



C



D

